

UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA
FACULDADE DE ECONOMIA, ADMINISTRAÇÃO E CONTABILIDADE
CIÊNCIAS ECONÔMICAS

JÉSSICA PORTAL MAIA

ANÁLISE DO CAPM PARA O CASO BRASILEIRO: HOUE
MUDANÇA DE RISCO COM A CRISE DO SUBPRIME?

BRASÍLIA
2013

JÉSSICA PORTAL MAIA

ANÁLISE DO CAPM PARA O CASO BRASILEIRO: HOVE MUDANÇA
DE RISCO COM A CRISE DO SUBPRIME?

Monografia do curso de graduação para
obtenção de título de Bacharel em Ciências
Econômicas da Universidade de Brasília,
Faculdade de Economia, Administração e
Contabilidade.

Professor orientador: José Guilherme de
Lara Resende

BRASÍLIA

2013

JÉSSICA PORTAL MAIA
ANÁLISE DO CAPM PARA O CASO BRASILEIRO: HOUVE MUDANÇA DE RISCO
COM A CRISE DO SUBPRIME?

Monografia apresentada à Universidade de Brasília, Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade como pré-requisito para conclusão do curso de Ciências Econômicas.

Área de concentração: Finanças

BANCA EXAMINADORA

José Guilherme de Lara Resende

Daniel Oliveira Cajueiro

AGRADECIMENTOS

Deixo aqui meus agradecimentos a todos que de alguma forma contribuíram para minha formação como universitária. Entre os altos e baixos com o meu curso, não conseguiria chegar ao final sem o apoio que recebi. Estou finalmente recolhendo os frutos dos estresses com provas e noites mal dormidas.

RESUMO

Esse trabalho tem como objetivo analisar os efeitos de longo prazo da crise do *subprime* dos Estados Unidos no mercado financeiro brasileiro, medidos pelos riscos dos ativos, através do modelo do CAPM. Para isso, os dados de 28 ações foram divididos em dois períodos: janeiro de 2004 a agosto de 2008 e setembro de 2008 a dezembro de 2012. Adotou-se o método sugerido por Blume (1971), gerando uma regressão com $\beta_{i,2}$ em função de $\beta_{i,1}$, com parâmetros estimados em -0,3489 e 1,1849 (intercepto e coeficiente). Assim, observou-se que os ativos que apresentaram betas com valores menores no primeiro período resultaram em um beta subestimado no segundo período, mostrando uma redução do risco final em alguns casos. Esse resultados levaram à conclusão de que a crise não teve um efeito significativo de longo prazo.

ABSTRACT

The purpose of this study is to analyze the long term effects of the subprime crisis of the United States at the brazilian financial market, mesured by the risk of the assets, using the CAPM model. The data of 28 assets was divided into two periods: january 2004 until august 2008 and september 2008 until december 2012. It was applied the method proposed by Blume (1971), generating a regression with $\beta_{i,2}$ as a dependent variable of $\beta_{i,1}$, with parameters estimated at -0,3489 and 1,1849 (intercept and coefficient). Therefore, it was observed that the assets with smaller betas at the first period resulted at underestimated beta at the second period, with a decrease of the final risk at some cases. This results lead to the conclusion that the crisis didn't cause a significant long term effect on the brazilian financial market.

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	7
2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	9
2.1. PRECEDENTES	9
2.2. SURGIMENTO DO CAPM.....	12
2.3. CRÍTICAS AO MODELO	20
3. METODOLOGIA.....	23
4. RESULTADOS.....	28
5. CONCLUSÃO.....	36
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	38
ANEXOS	40
Anexo A – Empresas selecionadas para esse estudo.....	40
Anexo B – Comandos do MatLab para Estimação do CAPM.....	41
Anexo C – Comandos do MatLab para Comparação dos Betas Estimados	43

1. INTRODUÇÃO

O primeiro modelo de equilíbrio para determinar o risco de uma ação e sua relação com o retorno esperado é conhecido como CAPM (*Capital Asset Pricing Model*), desenvolvido independentemente por Treynor (1961, 1962) Sharpe (1964), Lintner (1965) e Mossin (1966).

Inicialmente, é apresentada a revisão bibliográfica com os artigos de referência do surgimento do modelo. Assim, pode-se entender melhor como a aplicação do CAPM relaciona-se à teoria.

O capítulo inicia apontando características dos artigos de cada autor, com uma comparação dos quatro modelos. A equação do CAPM foi então explicitada através do resumo feito por Fama e French (2004), encerrando com algumas críticas feitas por Fama e French (2004) e Roll (1977).

É importante ressaltar que a experimentação utilizou dados *ex-post*, já que é praticamente impossível quantificar as expectativas dos investidores, como o modelo teórico é embasado.

Em seguida, é feita uma estimação do modelo do CAPM para o caso brasileiro utilizando empresas com ações negociadas na Ibovespa no período de 2004 a 2012. Os dados são divididos em dois períodos: janeiro de 2004 a agosto de 2008 e setembro de 2008 a dezembro de 2012.

Foram realizadas estimações para cada ação individualmente, em ambos os intervalos de tempo, para determinar os betas de cada período e compará-los. O objetivo desse procedimento foi analisar se a crise do subprime nos Estados Unidos, marcada pela quebra do banco Lehman Brothers, que declarou falência em 15 de setembro de 2008, impactou o risco (medido pelo beta) das firmas.

Ressalta-se então que o objetivo principal desse estudo não é testar se o modelo do CAPM por si só consegue explicar a variação dos preços das ações, mas sim observar se houve uma alteração do nível de risco dessas como consequência da crise americana.

Utilizando o método dos Mínimos Quadrados Ordinários (MQO), realizou-se uma regressão entre o retorno do ativo arriscado em relação ao retorno do mercado.

Em seguida, foi aplicado o teste t, para verificar se o intercepto ($\alpha_{i,1}$) é significativamente igual a zero, uma condição fundamental para validar o modelo CAPM, já que esse supõe que o retorno do ativo depende somente do risco apresentado, medido por $\beta_{i,1}$.

Para comparar os betas dos dois períodos, foi realizada uma segunda regressão, com $\beta_{i,2}$, beta da empresa i para o período de janeiro de 2004 a agosto de 2008, definido como termo dependente e $\beta_{i,1}$, beta da empresa i para o período de setembro de 2008 a dezembro de 2012, como termo independente, estimando novos parâmetros para relacioná-los. Foi encontrado um intercepto negativo, o que superestimou a queda dos betas menores no primeiro período, reduzindo essa diferença à medida que os valores aumentam.

O capítulo 2 discute brevemente o modelo CAPM, dividido em três sub tópicos: precedentes, surgimento e críticas. No capítulo 3, é apresentada a metodologia, explicando o critério de seleção dos dados, além de apresentar as equações e testes desenvolvidos. No capítulo 4, são feitas as estimações, explicitando o método utilizado na forma matricial, servindo como base para determinar os comandos pelo programa MatLab. O capítulo 5 esclarecerá as principais conclusões tomadas.

2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1. PRECEDENTES

Os autores que desenvolveram o modelo do CAPM, Treynor (1962), Sharpe (1964), Lintner (1965) e Mossin (1966), foram inspirados em grande parte pelo artigo *Portfolio Selection* de Markowitz em 1952.

Markowitz (1952) desenvolveu um estudo que demonstra a importância da diversificação para a escolha de um portfólio, criticando o modelo anteriormente adotado, em que a decisão para escolha da carteira de ações deve maximizar os retornos esperados e minimizar a variância, já que não se mostrava a preferência pela diversificação.

O processo de escolha de um portfólio eficiente apresenta dois estágios: o primeiro é composto pelas observações e experiências dos investidores para desenvolvimento das expectativas, e no segundo são tomadas as decisões para escolha de uma carteira eficiente. Tal estudo é voltado para o segundo estágio, que parte das estimativas das ações e termina com a escolha da carteira. O primeiro estágio não foi estudado até agora.

Inicialmente é considerada a hipótese de que o investidor deve maximizar o retorno descontado, supondo n ações, para que a quantidade investida em cada ação seja maior ou igual a zero, o retorno antecipado é dado por:

$$R = \sum_{t=1}^{\infty} \sum_{i=1}^n d_{i,t} r_{i,t} X_i = \sum_{i=1}^n X_i R_i$$

$$R_i = \sum_{t=1}^{\infty} d_{i,t} r_{i,t}$$

$$\sum_{i=1}^n X_i = 1$$

$d_{i,t}$ = Taxa de retorno descontada para o presente

$r_{i,t}$ = Retorno antecipado por dólar investido

X_i = Quantidade investida

Observa-se que o retorno para cada ação i (R_i) independe da quantidade investida (X_i), além disso, o retorno da carteira R é uma média ponderada de R_i , com peso X_i , sendo então maximizado quando X_i é igual a um para a ação com R_i máximo, o que não corrobora a preferência à diversificação pelos investidores.

As limitações do artigo apresentadas pelo autor são a simplicidade matemática do modelo, que aplica sua resolução analítica apenas para os casos com três e quatro ações por meio de gráficos, ou seja, não foi apresentado o modelo generalizado para n ativos, e as probabilidades são tomadas de forma estática.

O autor defende ainda que a diversificação da carteira não elimina a variância, ressaltando que esse fator não define a carteira com maior rendimento esperado, portanto, ele propõe a Regra de Valor Esperado – Variância, cujas equações principais do modelo que considera três ações são descritas a seguir:

$$E = \sum_{i=1}^3 X_i \mu_i \quad (1)$$

$$V = \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 X_i X_j \sigma_{ij} \quad (2)$$

$$\sum_{i=1}^3 X_i = 1 \quad (3)$$

$$X_i \geq 0 \text{ para } i = 1, 2, 3 \quad (4)$$

Logo, para o caso de três ações, temos que:

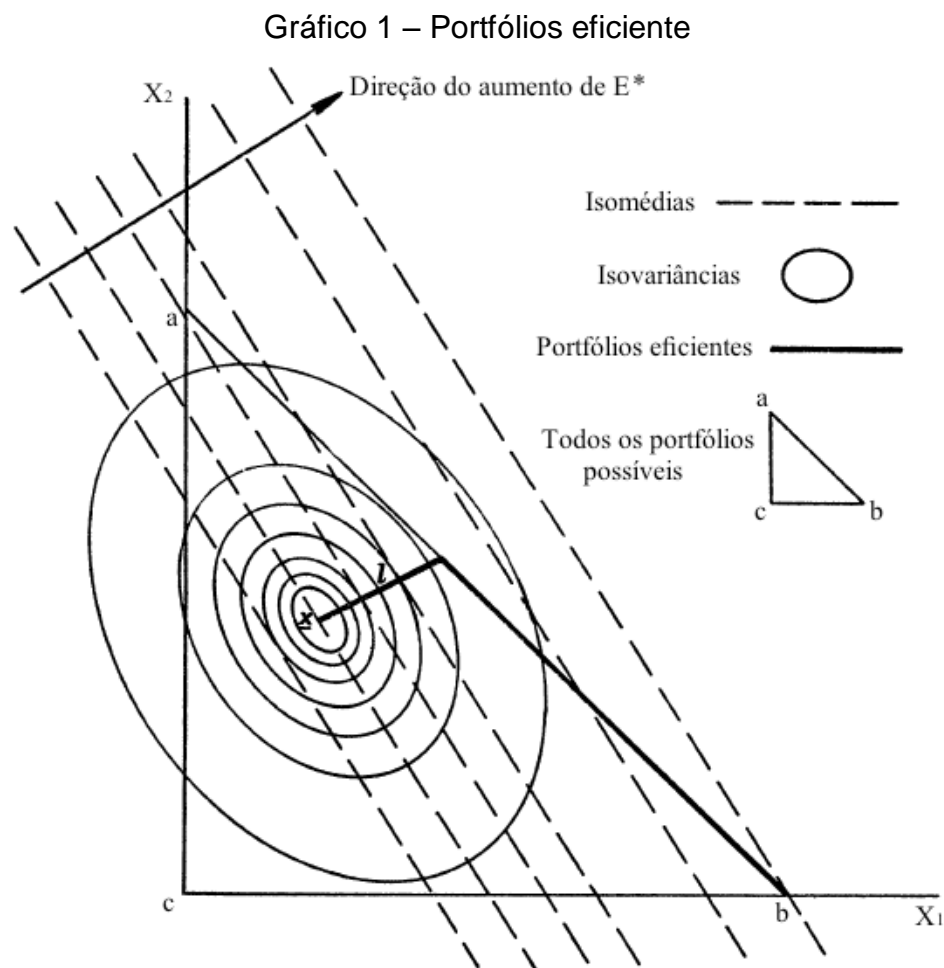
$$E = \mu_3 + X_1(\mu_1 - \mu_3) + X_2(\mu_2 - \mu_3) \quad (5)$$

$$V = X_1^2(\sigma_{11} - 2\sigma_{13} + \sigma_{33}) + X_2^2(\sigma_{22} - 2\sigma_{23} + \sigma_{33}) + 2X_1X_2(\sigma_{12} - \sigma_{13} - \sigma_{23} + \sigma_{33}) + 2X_1(\sigma_{13} - \sigma_{33}) + 2X_2(\sigma_{23} - \sigma_{33}) + \sigma_{33} \quad (6)$$

$$X_2 = \frac{E - \mu_3}{\mu_2 - \mu_3} - \frac{\mu_1 - \mu_3}{\mu_2 - \mu_3} X_1 \quad (7)$$

$$X_1 \geq 0, X_2 \geq 0, X_3 \geq 0$$

A partir das relações (5) e (6), é possível esboçar o Gráfico 1, que determina todos os portfólios possíveis, os quais devem satisfazer as condições (3) e (4). A curva de isomédia é dada a partir do intercepto da equação (7), tomando a forma de uma reta, enquanto a curva de isovariância é dada pelo coeficiente de X_1 , assumindo uma forma elíptica. Os portfólios eficientes são definidos pelo centro do sistema de isovariâncias, ponto que minimiza V , e seu respectivo retorno esperado E , já que é impossível alcançar um maior retorno com a mesma variância.



*A direção do aumento depende das médias μ_1, μ_2, μ_3

Fonte: Markowitz (1952) – edição própria

Sabendo que a coleção de todos os X_i , em que X_i é a fração da renda investida no ativo i , representa as carteiras de ações disponíveis, a escolha do investidor depende de (μ_i, σ_{ii}) , a média e a variância de cada ativo. Desse modo, obtemos uma variedade de combinações de esperança (E) e variância (V) de acordo com a carteira escolhida, a qual deve apresentar máxima E para V dada ou mínima V para E dada.

Ressalta-se que, para a diversificação do portfólio ser adequada, não se deve baseá-la apenas no número de ativos, é também necessário considerar as correlações entre esses, ou seja, portfólios que possuem ativos de diferentes indústrias são mais diversificados que aqueles com muitos ativos da mesma indústria, já que têm mais chances de apresentar uma melhor diversificação.

A partir da determinação prévia de (μ_i, σ_{ii}) , utilizando técnicas estatísticas, é possível encontrar combinações eficientes de (E, V) para então possibilitar a escolha da carteira pelo investidor. Assim, é necessário apontar duas condições que devem ser obedecidas: o investidor racional deve seguir o modelo de Média-Variância, e a aproximação de (μ_i, σ_{ii}) deve ser razoavelmente estimada.

Segundo Markowitz, esse modelo pode ser utilizado tanto para explicar um investimento definido como para guiar o processo de decisão do investidor, em detrimento da análise especulativa do comportamento do investidor.

É importante ressaltar que o modelo apresentado por Markowitz não implica necessariamente a superioridade das carteiras diversificadas, pois é possível que o lucro de uma ação seja significativamente maior e a variância seja tão menor a ponto de que essa apresente retorno esperado máximo e variância mínima. Porém, essa situação é uma particularidade; em geral, o modelo determina carteiras diversificadas como mais eficientes.

2.2. SURGIMENTO DO CAPM

Sullivan e College (2006) apresentam a relação entre os quatro fundadores do CAPM. Como pioneiro no desenvolvimento do modelo, Treynor, com formação acadêmica em Matemática em *Harvard*, compartilhou seu artigo com Lintner, de quem não recebeu muito suporte. Modigliani e Miller conheceram seu estudo no *Massachusetts Institute of Technology*, sugerindo que trocasse informações com

Sharpe, ph.D. em Economia pela *University of California*, que estava desenvolvendo o modelo concomitantemente, o qual recebeu ajuda direta de Markowitz.

Lintner, com formação pela *University of Kansas* e *Harvard*, assim como Treynor, foi inspirado pelo trabalho de Miller e Modigliani. Ao comparar os trabalhos dele com os de Sharpe, pode-se concluir que as abordagens dos dois são equivalentes. Enfim, Mossin, com formação em economia pelo *Carnegie Institute of Technology*, apresentou sua versão do modelo, já com uma crítica ao artigo de Sharpe.

Ao comparar os estudos dos quatro autores, Sullivan e College (2006) ressaltam a dificuldade em se determinar a equivalência entre os modelos, dadas as diferenças entre as notações matemáticas adotadas. Além disso, Treynor deu ênfase à primeira proposição do modelo de Modigliani e Miller (o preço de mercado de uma firma independe da estrutura de seu capital), corroborando seu interesse em questões do orçamento de capital; Lintner mostrou preocupação com a emissão de ações da firma; Sharpe explicou o modelo a partir da escolha ótima do portfólio; e Mossin buscou especificar as condições de equilíbrio para o mercado de capitais.

De acordo com French (2003), em 1961, Treynor começou a desenvolver o modelo do CAPM buscando quantificar o risco e estabelecer suas relações, trabalho que deu origem ao seu segundo artigo em 1962, consolidando a relação linear entre o retorno esperado da ação e a covariância com a carteira de ações.

Tobin (1958) expandiu o modelo de Markowitz (1952) ao introduzir o ativo livre de risco, apresentando o conceito de dominância, que diz que, considerando que o investidor pode decidir seu portfólio a partir de um conjunto de ações arriscadas e um ativo livre de risco, há apenas uma combinação de ações do portfólio com maior retorno esperado para o risco considerado.

Assim, a aversão ao risco do investidor é medida pela preferência à liquidez, ou seja, a parcela de seu orçamento mantida em dinheiro, ativo sem risco. Treynor utilizou esse conceito para analisar a demanda por ações, já que essas apresentam riscos mais elevados do que em comparação a títulos do governo e dinheiro.

O modelo desenvolvido por Treynor utiliza um intervalo de tempo reduzido, focando portanto as escolhas de portfólio feitas pelos investidores e suas consequências iniciais.

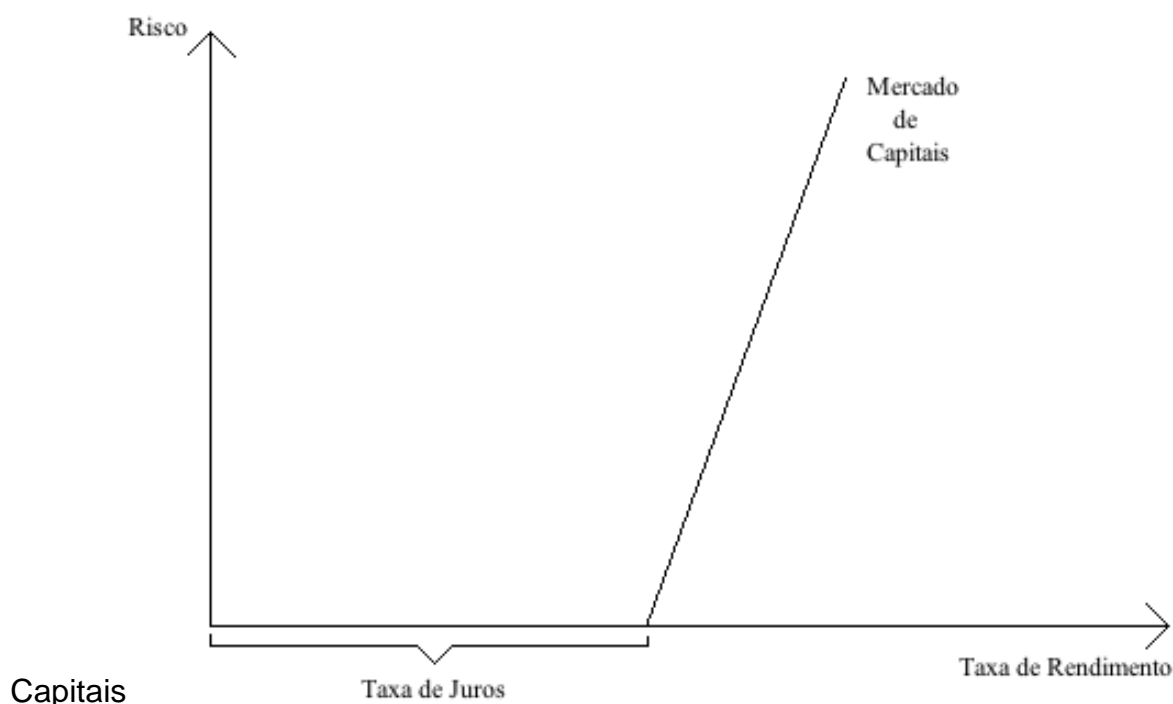
O investidor averso ao risco busca um equilíbrio entre a performance esperada μ e a incerteza, a partir de uma minimização dessa de acordo com o desempenho que espera obter. Assim, o comportamento dos investidores diferenciam-se de acordo com o seu capital disponível e a sua relação com o risco. Essa incerteza é caracterizada pela variância e covariância dos ativos.

O autor afirma que não se deve esperar que o prêmio de risco dependa apenas da magnitude do risco do ativo, já que se pode obter um prêmio menor para um ativo mais arriscado no caso em que, mesmo se a incerteza do ativo for elevada, essa pode ser reduzida se depender das flutuações do mercado, o que acaba proporcionando um retorno menor para um risco mais elevado.

Treynor afirma ainda que, independente do investimento, o agente sempre receberá o retorno de seu capital pela taxa de empréstimos sem risco, e esse valor é somado ao retorno do risco da carteira escolhida. Assim, o conceito de prêmio de risco torna-se um parâmetro fundamental para definir a escolha de um portfólio.

Para Sharpe (1964), o investidor racional deve aumentar o risco da carteira a fim de alcançar uma maior taxa de rendimento esperado, representada pela soma do ganho do risco e do tempo, esse último representado pela taxa de juros. Com os preços de equilíbrio, essa taxa é definida a partir do Gráfico 2 a seguir.

Gráfico 2 – Mercado de



Fonte: Sharpe (1964) – edição própria

Assim como os autores tratados anteriormente, Sharpe também acreditava que a diversificação é fundamental para a escolha da carteira, já que, através dessa, é possível reduzir o risco inerente a uma ação individual. Ao citar Markowitz (1952), ressalta que sua proposta de uma solução geral, encontrada aplicando-se uma maximização da utilidade esperada, não descrevia um modelo de equilíbrio do mercado de ações.

O modelo de Sharpe assume que as decisões do investidor seguem uma distribuição de probabilidade que depende de dois parâmetros: esperança do ganho futuro e desvio-padrão, medindo a divergência dessa com a realidade. De acordo com suas preferências, o investidor pode optar por ser devedor ou credor, ou por investir todos os seus fundos em ativos.

O seu modelo utiliza duas hipóteses principais: o retorno do investimento livre de risco é o mesmo para todos os investidores, e estes apresentam expectativas homogêneas em relação à esperança e ao desvio-padrão dos ativos. Argumentando que essas premissas são irrealistas, Sharpe ressalta sua intenção de analisar a aplicabilidade das implicações do modelo ao invés de ilustrar a realidade.

Segundo Sharpe, ao utilizar observações *ex-post* dos investimentos, aplicando a equação do CAPM, seria possível relacionar o retorno com o risco total da ação, definindo o termo risco sistemático. Essa formulação possibilita então prever a resposta do retorno do ativo de acordo com as mudanças no retorno de mercado a partir da determinação do beta de cada ação.

Em 1965, Lintner publicou seu modelo, cuja análise foi dividida em: escolha do portfólio ótimo por agentes aversos ao risco, supondo a existência de um retorno para o ativo livre de risco; apresentação do modelo de equilíbrio, em que as curvas de indiferença eram lineares entre o retorno esperado e a variância; implicações do modelo e as complicações geradas pelas restrições estabelecidas.

O autor assume que o agente pode investir qualquer fração de seu capital para o ativo livre de risco, e também para combinação de ações. Além disso, assume que: o mercado deve ser competitivo (preços de mercado dados), livre de tributações, possibilidade de empréstimos, e decisões de investimento do agente são determinadas em tempo contínuo.

As implicações do modelo de Lintner mostram que o retorno esperado mínimo para justificar o investimento em ativos arriscados é determinado por uma

função crescente para cada fator a seguir: (i) a taxa de retorno do ativo livre de risco, (ii) o “preço de mercado” do risco, (iii) a variância do valor presente da ação, (iv) o valor presente agregado ao retorno da ação com os recursos já realizado pela empresa e (v) a covariância total com outras ações que compõem o portfólio.

Em 1966, Mossin publicou seu artigo em que, ao comparar seus resultados com o modelo de Sharpe, citou um trecho que diz que o agente deve agir racionalmente para alcançar qualquer ponto na curva de mercado.

Refutando tal informação com sua interpretação para essa curva, que é uma forma de sumarizar o resultado da hipótese do comportamento racional dos investidores, ao considerar a possibilidade de investidores irracionais, quebram-se os pressupostos da análise, o que invalidaria o modelo de equilíbrio.

French (2003), ao realizar uma comparação dos autores que fundaram o modelo do CAPM, apresentou as Tabelas 1 e 2, que contêm um resumo das hipóteses adotadas por cada autor, além das características do modelo:

Tabela 1 – Hipóteses dos Modelos

Hipótese	Treynor (1962)	Sharpe (1964)	Lintner (1965)	Mossin (1966)
Sem impostos	Explícito	Implícito	Explícito	Implícito
Sem custos de Transação	Explícito	Implícito	Explícito	Implícito
Agentes tomadores de preços (idênticos para todos)	Explícito	Implícito	Explícito	Implícito
Agentes maximizam a utilidade esperada da renda futura	Explícito	Explícito	Explícito	Explícito
Utilidade representada por uma função do retorno de risco	Explícito	Explícito	Explícito	Explícito
Agentes utilizam variância (ou desvio-padrão) para mensurar o risco	Explícito	Explícito	Explícito	Explícito
Agentes apresentam aversão ao risco	Explícito	Explícito	Explícito	Explícito
Existe um ativo livre de risco, com retorno determinado exogenamente	Explícito	Explícito	Explícito	Explícito
Todos os agente apresentam a mesma distribuição de probabilidade dos retornos esperados	Explícito	Explícito	Explícito	Explícito
Pode-se obter frações de ativos	Implícito	Implícito	Explícito	Explícito
Vendas a descoberto permitidas	Explícito: Permitido	Explícito: Negado	Explícito: Permitido	Explícito: Permitido
Empréstimos permitidos	Explícito: Permitido	Explícito: Permitido	Explícito: Permitido	Explícito: Permitido
Quantidade de ações disponíveis constante	Implícito	Implícito	Implícito	Implícito
Agentes compartilham o mesmo horizonte temporal	Explícito	Explícito	Implícito	Implícito

Fonte: French (2003) – edição própria

Tabela 2 – Características dos Modelos

Autor	Tipo de Modelo			
	Período Único ou Múltiplo	Período Discreto ou Contínuo	Orientado pelo Mercado ou Consumo	Função de Média-Variância
Treynor (1962)	Único	Discreto	Mercado	Sim*
Sharpe (1964)	Único	Discreto	Mercado	Sim**
Lintner (1965)	Único	Discreto	Mercado	Sim**
Mossin (1966)	Único	Discreto	Mercado	Sim*
	Requisitos			
	Equilíbrio de Mercado	Matriz de Covariância não Singular	Permite Vendas a Descoberto	Permite Empréstimos
Treynor (1962)	Implícito	Implícito	Sim	Sim
Sharpe (1964)	Não	Não	Não	Não
Lintner (1965)	Implícito	Sim	Sim	Sim
Mossin (1966)	Explícito	Sim	Sim	Não especificado
	Conclusões			
	O Mercado é eficiente	Em equilíbrio, há apenas uma carteira ótima de ativos arriscados	Quantidade investida em cada ação se iguala à razão do valor de mercado do ativo com o valor total de mercado de todos os ativos	Quantidade positiva investida em cada ação
Treynor (1962)	Sim	Sim	Sim	Sim
Sharpe (1964)	Não	Não	Não	Sim
Lintner (1965)	Sim	Sim	Sim	Sim
Mossin (1966)	Sim	Sim	Sim	Sim

* Função estabelecida em termos da renda final e variância

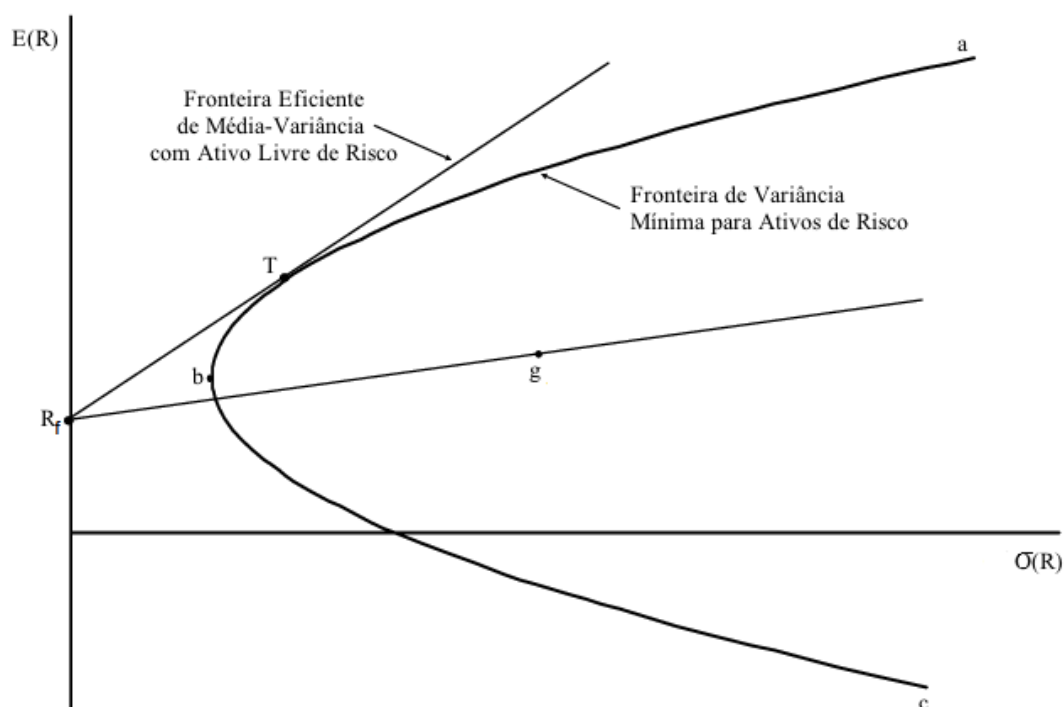
** Função estabelecida em termos do retorno percentual e desvio-padrão

Fonte: French (2003) – edição própria

De acordo com Fama e French (2004), o Gráfico 3 resume o modelo do CAPM, descrevendo as oportunidades de carteira, em que a abscissa representa o risco da carteira, definido através do desvio padrão do retorno esperado, enquanto a ordenada apresenta o retorno esperado. A curva apresentada resulta da minimização da variância do retorno, além de mostrar um *trade-off* entre o risco e o retorno esperado por carteiras de variância mínima.

Quanto mais próximo do ponto a, o investidor terá menos aversão ao risco, o que lhe permite uma possibilidade de ganhos mais elevada também. Se não forem disponibilizados empréstimos à taxa livre de risco, apenas as carteiras acima do ponto b serão eficientes. No caso em que há possibilidade de empréstimos à taxa livre de riscos, as carteiras que combinam a concessão de crédito além dos ativos com risco são representadas pela reta que passa pelo ponto g. Pode-se ainda observar que as combinações das carteiras com ativo livre de risco aceitam apenas um único portfólio de ativos arriscados, ilustrado pelo chamado portfólio tangente o ponto T.

Gráfico 3 – Oportunidades de Investimento



Fonte: Fama e French (2004) – edição própria

Sabendo que todos os investidores têm expectativas idênticas, estes adotam a mesma carteira de ativos com risco, cujo peso passa a ser determinante para o nível de risco que o agente está disposto a tomar.

O retorno do ativo livre de risco, no cenário em que há possibilidade de concessão ou tomada de empréstimos, é determinada pela taxa de juros (R_f), o que gera a equação clássica do CAPM, resultado dos modelos dos autores que criaram o CAPM:

$$E(R_i) = R_f + [E(R_M) - E(R_f)]\beta_{iM}, \quad i = 1, \dots, n$$

Toma-se $E(R_f)$ como o retorno dos ativos com betas de mercado iguais a zero e $[E(R_M) - E(R_f)]$, o prêmio de risco de mercado; β_{iM} , também chamado beta do ativo i , indica a inclinação da regressão de retorno do ativo i com o prêmio de risco, em outras palavras, mede a sensibilidade do retorno do ativo de acordo com a variação do retorno do mercado. O beta de um ativo é, portanto, a covariância de seu retorno e do mercado dividido pela variância do retorno do mercado:

$$\beta_{iM} = \frac{\text{cov}(R_i, R_M)}{\sigma^2(R_M)}$$

Segundo Fama e French, pode-se ainda atribuir uma outra interpretação sobre o beta de mercado: “ β_{iM} é o risco da covariância do ativo arriscado i na carteira de mercado medido em relação ao risco médio de covariância dos ativos que é simplesmente a variância do retorno do mercado. Em termos econômicos, β_{iM} é proporcional ao risco com que cada dólar investido no ativo i contribui para a carteira de mercado.”¹

2.3. CRÍTICAS AO MODELO

Fama e French (2004) e Roll (1977) destacam que, apesar da grande utilização do CAPM, este apresenta limitações empíricas, consequência da simplificação teórica das suas hipóteses.

¹ FAMA, E. The Capital Asset Pricing Model: Theory and Evidence. The Journal of Economics Perspectives, v. 18 p. 29 – traduzido.

Ao ressaltar que a condição de empréstimos ilimitados à taxa livre de risco não condiz com a realidade, os autores apresentam o estudo de Black (1972), que introduz o conceito de vendas a descoberto – a venda antecipada de um ativo sem tê-lo em mãos.

Assumindo vendas a descoberto irrestritas, tem-se como diferença com o resultado do modelo de Sharpe-Lintner apenas a restrição para o retorno do ativo livre de risco $[E(R_f)]$, que, para Black deve ser menor que o retorno de mercado para que o prêmio pelo β_{iM} seja positivo, enquanto o modelo anterior determina que esse deve ser igual à taxa de juros livre de risco.

A estimação dos betas de ativos individuais é imprecisa, o que enfraquece a capacidade de explicação do modelo. Assim, para reduzir esse problema, pesquisadores como Blume (1970), Black, Jensen e Scholes (1972) agruparam os dados em carteiras de ativos com betas semelhantes.

O segundo problema apontado mostra que, como o modelo não engloba todas as variáveis que influenciam o retorno do mercado, o resíduo apresenta correlação positiva com o retorno de mercado, e, ao aplicar o método de Mínimos Quadrados Ordinários (MQO), a premissa de independência dos termos independentes com o resíduo é violada, o que distorce o valor do beta para um resultado menor.

Para lidar com esse problema, Fama e MacBeth (1973) estimam regressões dos rendimentos dos betas de mercado a cada mês, formando assim, uma série temporal das médias das inclinações e interceptos, para então testar se o coeficiente do beta é positivo e se o intercepto realmente se iguala à taxa do ativo livre de risco.

Assim, a crítica então feita por Fama e French (2004) está embasada na aplicabilidade do modelo, que, para eles não apresentou um resultado aceitável que corroborasse a validação do CAPM.

Ressaltam ainda que um possível problema com os testes do modelo é dado pela determinação das *proxies*, indicando que os pesquisadores ainda não encontraram uma *proxy* de mercado que realmente esteja na fronteira eficiente de média-variância, o que pode justificar a dificuldade da validação do modelo. Porém, isso não justifica que esse modelo seja tão utilizado, segundo os autores.

Apresentam também a importância de outras variáveis, além do risco, como tamanho e índices de preço, para explicar a determinação dos preços, o que

deu origem ao modelo dos três fatores por Fama e French (1993, 1996). A necessidade de se incluir as novas variáveis citadas invalidaria grande parte das aplicações do modelo.

Roll (1977) também critica o modelo afirmando que, até então, não foi realizado um teste correto e sem ambiguidades para o CAPM, e que praticamente não será possível realizá-lo no futuro.

As conclusões apresentadas em seu artigo dizem que:

(1) Há apenas uma hipótese em que é possível testar o modelo de dois parâmetros, que é: o portfólio de mercado é eficiente no sentido média-variância;

(2) As outras implicações do modelo (relação linear entre os retornos e o beta, seguido pela eficiência de mercado) são condicionais e não podem ser testadas independentemente;

(3) Em qualquer amostra de retornos individuais, sempre haverá uma quantidade infinita de portfólios *ex-post* eficientes por média-variância. Para cada um, haverá um conjunto de betas estimados, que satisfazem a relação linear em todas as situações, mesmo se o mercado não for eficiente por média-variância. As consequências disso são:

(4) A teoria não pode ser testada, a não ser que a composição exata da verdadeira carteira de mercado seja definida. Para isso deve-se incluir todas os ativos da economia na amostra;

(5) Determinar uma *proxy* para a carteira de mercado está sujeita a duas complicações: a *proxy* pode ser eficiente no sentido média-variância, mesmo quando a verdadeira carteira de mercado não é; por outro lado, a *proxy* escolhida pode ser ineficiente.

Ressalta-se que as principais críticas levantadas tratam da aplicabilidade do modelo, que, mesmo com suas fragilidades apontadas, ainda é muito utilizado. No capítulo seguinte, será descrita a aplicação adotada para testar o CAPM.

3. METODOLOGIA

Os dados foram selecionados utilizando-se como critério as ações da BM&FBovespa presentes durante todo o período de estudo, ou seja, de 2004 a 2012. Foram analisadas 28 ações que fazem parte da BM&FBovespa, instituição resultante da fusão da Bolsa de Valores de São Paulo com a BM&F em maio de 2008.

Os preços mensais das ações e os índices da Ibovespa foram recolhidos do sistema Economática e a taxa Selic foi extraída do Ipeadata.

O principal índice utilizado com objetivo de fornecer uma média do desempenho dos ativos mais negociados é o Ibovespa, uma carteira teórica de ativos, seguindo os critérios: no período de vigência das três carteiras anteriores, os ativos elegíveis que representam 85% do somatório do Índice de Negociabilidade (apurado diariamente) em ordem decrescente; devem apresentar presença de 95% nos pregões; ter participação, em termos de volume financeiro, maior ou igual a 0,1% e não devem apresentar cotação menor que R\$ 1,00 (*Penny Stock*)². O índice Ibovespa foi adotado como *proxy* do retorno de mercado.

O retorno do ativo livre de risco foi determinado a partir da taxa Selic, adotada pelos títulos públicos federais. Essa taxa é definida a partir dos financiamentos diários relativos às operações registradas e liquidadas no Sistema Especial de Liquidação e de Custódia e em sistemas operados por câmaras ou prestados por serviços de compensação e de liquidação (art. 1º da Circular nº 2.900, de 24 de junho de 1999, com a alteração introduzida pelo art. 1º da Circular nº 3.119, 18 de abril de 2002 do Banco Central do Brasil)³.

O objetivo desse trabalho é verificar se realmente existe uma relação linear entre o retorno da ação e o risco, e também comparar os betas de 28 ações de dois períodos diferentes: janeiro de 2004 a agosto de 2008 e setembro de 2008 a dezembro de 2012.

² Fonte: Índice Bovespa: Definição e Metodologia (<http://www.bmfbovespa.com.br/Indices/download/Nova-Metodologia-do-Indice-Bovespa-R.pdf> e <http://www.bmfbovespa.com.br/Indices/download/Manual-de-Definicoes-e-Procedimentos-dos-Indices-da-BMFBOVESPA-R.pdf>)

³ Fonte: Banco Central do Brasil (<http://www.bcb.gov.br/?SELICCONCEITO>)

O motivo para tal divisão é marcado pela crise do *subprime* nos Estados Unidos, cujo ápice foi alcançado com a declaração de falência do tradicional banco Lehman Brothers no dia 15 de setembro de 2008.

É importante ressaltar que a análise não agrupará os ativos em portfólios; esses serão analisados individualmente. O modelo do CAPM é definido a partir da seguinte equação:

$$E(R_i) = R_f + [E(R_M) - R_f]\beta_i \quad (1)$$

$E(R_i)$ = Retorno esperado do ativo i ,

R_f = Retorno do ativo livre de risco,

$E(R_M)$ = Retorno esperado do mercado,

$[E(R_M) - R_f]$ = Prêmio de risco,

β_i = Risco da empresa i relativo à carteira de mercado,

$i = 1, \dots, 28$ (28 ações analisadas).

A estimação do coeficiente do beta de cada ação i deu-se a partir da seguinte regressão:

$$(R_i - R_f) = \alpha_i + (R_M - R_f)\beta_i + \varepsilon \quad (2)$$

$$R_i = \ln\left(\frac{P_{i,t+1}}{P_{i,t}}\right); \quad R_f = \frac{\text{Taxa Mensal Selic}}{100}; \quad R_M = \ln\left(\frac{P_{M,t+1}}{P_{M,t}}\right)$$

Para fins de simplificação, a equação (2) pode ser reescrita como:

$$r_i = \alpha_i + r_m\beta_i + \varepsilon \quad (3)$$

$r_i = (R_i - R_f)$ = Excesso de retorno do ativo i ,

$r_m = (R_M - R_f)$ = Prêmio de risco do mercado.

Em seguida, a fim de verificar a validade do modelo, foi realizado um teste para analisar se o valor de α_i é significativamente igual a zero para cada ativo i .

Também testamos se o valor de β_i é significativamente diferente de zero, utilizando o teste t de Student:

$$\frac{(\delta_i^* - \delta_i)}{\text{desvio padrão}(\delta_i^*)} \sim \text{Normal}(0,1), \quad \delta_i = \alpha, \beta_i$$

δ_i^* = Parâmetro estimado.

Esse teste é utilizado para validar hipóteses de apenas um dos parâmetros da função de regressão, sabendo que o valor real dos parâmetros não é conhecido, pode-se supor que este é estimado a partir da seguinte equação:

$$t_{\beta_i} = \frac{\delta_i^*}{\text{ep}(\delta_i^*)}, \quad \delta_i^* = \alpha, \beta$$

Em que o erro padrão é equivalente ao desvio padrão, dado por:

$$\text{ep}(\delta_i^*) = \text{dp}(\delta_i^*) = \sqrt{v(\delta_i^*)}, \quad \delta_i^* = \alpha, \beta$$

Em que $v(\delta_i^*)$ = Variância do parâmetro.

Depois disso, define-se a hipótese nula, ou seja, $H: \alpha = 0$, condição para validar a aplicabilidade do CAPM. Também foi feito o teste para a hipótese nula $H: \beta=0$. Foram aplicados aos níveis de 1%, 5% e 10% de significância para o teste bicaudal, que correspondem a um grau de 99%, 95% e 90% de confiança, respectivamente.

Sabendo que o grau de liberdade é dado por $n - k - 1$, em que $(k+1)$ é equivalente ao número de parâmetros desconhecidos, que, no caso do CAPM, são dois. Assim, temos, para o primeiro período, 54 graus de liberdade, dado que são 56 meses observados e, para o segundo período, 50 graus de liberdade ($n = 52$). Os valores críticos para cada período são, então:

Tabela 3 – Valores Críticos para os Parâmetros Estimados do CAPM

Teste t	10%	5%	1%
Valor Crítico 1	1,6736	2,0049	2,6700
Valor Crítico 2	1,6759	2,0086	2,6778

Fonte: Meyer (1983) – edição própria

Para que a hipótese nula seja aceita, é necessário que o valor resultante do teste realizado seja menor que o valor crítico, ou seja:

$$t_{\beta_i} \leq vc_1$$

Para fazer uma comparação entre os betas dos períodos definidos, inicialmente foi utilizado o modelo proposto por Blume (1971), que sugere uma regressão da seguinte forma:

$$\beta_{i,2}^t = \gamma + \theta \beta_{i,1}^t + \eta_i \quad (4)$$

$\beta_{i,1}^t$ = valor estimado para o beta da ação i e para o período jan/2004 – ago/2008,

$\beta_{i,2}^t$ = valor estimado para o beta da ação i e para o período set/2008 – dez/2012.

Assim, a fim de estimar os novos coeficientes, utilizou-se todos os valores dos betas de cada período e estimou-se a equação (4) acima usando o método MQO.

Caso não seja observada uma alteração significativa dos betas, o valor de γ deve ser suficientemente próximo de zero, para isso, aplicou-se novamente o teste t, e o valor de θ deve se aproximar de 1. Caso θ seja menor do que 1, é possível concluir que a crise não afetou o mercado financeiro brasileiro no longo prazo para as ações que sobreviveram todo o período, já que o risco da empresa em relação à carteira de mercado será menor que no período anterior à crise. Se for maior, espera-se um aumento do risco dos ativos, demonstrando que a crise fragilizou o mercado.

Na estimação do teste, considerando que são 28 valores dos betas, o valor crítico, com um nível de significância de 5% para o teste bicaudal, e 26 graus de liberdade ($n - k - 1$, $n = 28$) foi:

Tabela 4 – Valores Críticos para os Parâmetros Estimados para Comparação dos Betas

Teste t	10%	5%	1%
Valor Crítico	1,7056	2,0555	2,7787

Fonte: Meyer (1983) – edição própria

Para que os betas sejam iguais, é necessário que $\gamma = 0$ e $\theta - 1 = 0$, definindo essas como as hipóteses nulas a serem testadas.

4. RESULTADOS

A estimação do beta de cada ativo foi realizada utilizando o programa MatLab, cujos comandos encontram-se em anexo. Inicialmente, foi aplicada a regressão pelo método de mínimos quadrados (MQO), já que o CAPM supõe uma relação linear entre os termos independentes e dependentes, desenvolvendo as seguintes operações:

$$\begin{bmatrix} y_{i,t_1} \\ \vdots \\ y_{i,t_n} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & x_{i,t_1} \\ \vdots & \vdots \\ 1 & x_{i,t_n} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} \alpha_{i,t} \\ \beta_{i,t} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e_{i,t_1} \\ \vdots \\ e_{i,t_n} \end{bmatrix}, \quad i = 28 \quad t = 1,2 \quad \forall t = 1, n = 56 \quad \forall t = 2, n = 52$$

$$\text{Betas}_{i_t} = \begin{bmatrix} \alpha_{i,t} \\ \beta_{i,t} \end{bmatrix} = \left(\begin{bmatrix} 1 & \dots & 1 \\ x_{i,t_1} & \dots & x_{i,t_n} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 1 & x_{i,t_1} \\ \vdots & \vdots \\ 1 & x_{i,t_n} \end{bmatrix} \right)^{-1} * \begin{bmatrix} 1 & \dots & 1 \\ x_{i,t_1} & \dots & x_{i,t_n} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} y_{i,t_1} \\ \vdots \\ y_{i,t_n} \end{bmatrix},$$

$i = 28 \quad t = 1,2 \quad \forall t = 1, n = 56 \quad \forall t = 2, n = 52$

$$e_{i,t_1} + e_{i,t} = \sigma_{i,t}^2 = [y_{i,t_1} \quad \dots \quad y_{i,t_n}] * \begin{bmatrix} y_{i,t_1} \\ \vdots \\ y_{i,t_n} \end{bmatrix} - [\alpha_{i,t} \quad \beta_{i,t}] * \begin{bmatrix} 1 & \dots & 1 \\ x_{i,t_1} & \dots & x_{i,t_n} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} y_{i,t_1} \\ \vdots \\ y_{i,t_n} \end{bmatrix},$$

$i = 28 \quad t = 1,2 \quad \forall t = 1, n = 56 \quad \forall t = 2, n = 52$

Betas_{i_t} = Parâmetros estimados para cada ativo i,

$\sigma_{i,t}^2$ = Soma dos quadrados dos erros.

A forma do modelo apresentada permite determinar interceptos e coeficientes diferentes para cada um dos dois período. Para isso, é preciso adicionar uma coluna composta por 1 antes dos valores observados, definindo a matriz $Xt_{2 \times n}$. O vetor definido como Betas_{i_t} fornece os valores dos parâmetros estimados, possibilitando o cálculo da soma dos quadrados dos erros. Ressalta-se que a estimação MQO foi repetida duas vezes, aplicando as equações acima para os dois períodos: janeiro de 2004 a agosto de 2008 e setembro de 2008 a dezembro de 2012.

A partir das representações matriciais acima, foi possível estimar os parâmetros do modelo CAPM para cada ação individualmente nos dois períodos, fornecendo os resultados apresentados na Tabela 5.

Tabela 5 – Parâmetros do CAPM Estimados

Ações	jan/2004 - ago/2008			set/2008 - dez/2012		
	α_1	β_1	SQE1	α_2	β_2	SQE2
AMBV3	-0,0034	0,6106	0,5280	0,0275	0,3260	0,1831
AMBV4	-0,0018	0,4713	0,2622	0,0250	0,3058	0,1924
BBAS3	0,0096	1,0770	0,2257	0,0073	1,2806	0,1554
BBDC3	0,0100	1,1137	0,2317	0,0079	0,7321	0,1199
BBDC4	0,0093	1,1243	0,2079	0,0065	0,7742	0,1173
BRAP4	0,0101	1,3266	0,3663	0,0024	1,0366	0,1780
BRKM5	-0,0193	0,6752	0,6678	0,0006	0,8450	0,6450
CMIG4	0,0044	0,7918	0,2464	0,0034	0,1802	0,3184
CPLE6	0,0032	0,7381	0,3255	-0,0005	0,4309	0,2445
CRUZ3	-0,0035	0,8548	0,1833	0,0236	0,3685	0,1985
CSNA3	0,0149	1,2816	0,2879	-0,0113	1,4365	0,2246
ELET3	-0,0066	1,0019	0,5595	-0,0253	0,3481	0,4291
ELET6	-0,0045	1,0241	0,3671	-0,0174	0,3530	0,5350
EMBR3	-0,0168	0,6384	0,4012	-0,0011	0,6621	0,4305
GGBR4	0,0120	1,3941	0,1788	-0,0080	1,4031	0,2295
GOAU4	0,0170	1,2567	0,2049	-0,0089	1,3707	0,1920
ITSA4	0,0097	0,8562	0,1354	0,0052	0,9082	0,1641
KLBN4	-0,0055	0,7820	0,2115	0,0182	0,7502	0,2595
LAME4	0,0098	1,0176	0,4420	0,0164	1,2170	0,2587
PCAR4	-0,0148	0,7970	0,3176	0,0138	0,3503	0,2909
PETR3	0,0107	1,0795	0,2200	-0,0137	1,0411	0,2078
PETR4	0,0085	1,1617	0,1976	-0,0094	1,0610	0,1733
POMO4	0,0026	0,7766	0,4184	0,0301	0,8848	0,4095
SBSP3	0,0021	0,8020	0,2861	0,0148	0,5505	0,3142
TRPL4	0,0142	0,5924	0,3496	-0,0056	0,2159	0,2686
USIM5	0,0119	1,4590	0,3653	-0,0121	1,4728	0,4467
VALE3	0,0062	1,1249	0,2605	0,0007	0,9056	0,1446
VALE5	0,0066	1,0462	0,2420	0,0027	0,8656	0,1335

Para que o modelo seja aceito, é necessário que os valores de $\alpha_{i,1}$ e $\alpha_{i,2}$ sejam significativamente iguais a zero. Também testamos se $\beta_{i,1}$ e $\beta_{i,2}$ são diferentes de zero. Assim, no passo seguinte, aplica-se o teste t para cada parâmetro, seguindo as funções matriciais abaixo:

$$M_t = \left(\begin{bmatrix} 1 & \dots & 1 \\ x_{t_1} & \dots & x_{t_n} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 1 & x_{t_1} \\ \vdots & \vdots \\ 1 & x_{t_n} \end{bmatrix} \right)^{-1}, \quad t = 1,2 \quad \forall t = 1, n = 56 \quad \forall t = 2, n = 52$$

$$\text{var}(\text{Betas}_{i,t}) = \sigma_{i,t}^2 * M(t,t), \quad i = 28 \quad t = 1,2$$

$$\text{Teste}_{\alpha_{i,t}} = \frac{\text{Betas}_{i,t}(1,1)}{\sqrt{\text{var}(\text{Betas}_{i,t})}}, \quad i = 28 \quad t = 1,2$$

$$\text{Teste}_{\beta_{i,t}} = \frac{\text{Betas}_{i,t}(2,1)}{\sqrt{\text{var}(\text{Betas}_{i,t})}}, \quad i = 28 \quad t = 1,2$$

M_t = Matriz informação,

$\text{var}(\text{Betas}_{i,t})$ = Variância dos parâmetros estimados,

$\text{Teste}_{\alpha_{i,t}}, \text{Teste}_{\beta_{i,t}}$ = Teste t dos parâmetros estimados.

Ao se multiplicar a soma dos quadrados dos resíduos σ^2 pela diagonal principal da matriz informação $M_{2 \times 2}$, obtém-se as variâncias dos parâmetros correspondentes, enquanto a multiplicação pela diagonal secundária fornece as covariâncias, que não são utilizadas nesse trabalho.

O teste t para $\alpha_{i,1}$ foi determinado ao dividir o primeiro termo do vetor Betas_i pelo erro padrão, definido pela raiz quadrada da variância dos parâmetros. Para o teste do $\beta_{i,1}$, utilizou-se o segundo termo do vetor Betas_i com a mesma operação supracitada. A partir dos resultados, foi possível testar a hipótese nula para os níveis de significância de 1%, 5% e 10%, com os resultados descritos nas Tabelas 6 e 7. Para o caso em que a hipótese é aceita, deve aparecer TRUE, e se for rejeitada, FALSE.

Tabela 6 – Teste t para o Valor dos Parâmetros no Período 1

Ações	Teste $t(\alpha_1)$	10%	5%	1%	Teste $t(\beta_1)$	10%	5%	1%
AMBV3	-0,2591	TRUE	TRUE	TRUE	2,8304	FALSE	FALSE	FALSE
AMBV4	-0,1909	TRUE	TRUE	TRUE	3,1004	FALSE	FALSE	FALSE
BBAS3	1,1028	TRUE	TRUE	TRUE	7,6360	FALSE	FALSE	FALSE
BBDC3	1,1374	TRUE	TRUE	TRUE	7,7936	FALSE	FALSE	FALSE
BBDC4	1,1211	TRUE	TRUE	TRUE	8,3055	FALSE	FALSE	FALSE
BRAP4	0,9130	TRUE	TRUE	TRUE	7,3832	FALSE	FALSE	FALSE
BRKM5	-1,2960	TRUE	TRUE	TRUE	2,7830	FALSE	FALSE	FALSE
CMIG4	0,4821	TRUE	TRUE	TRUE	5,3738	FALSE	FALSE	FALSE
CPLE6	0,3066	TRUE	TRUE	TRUE	4,3577	FALSE	FALSE	FALSE
CRUZ3	-0,4462	TRUE	TRUE	TRUE	6,7255	FALSE	FALSE	FALSE
CSNA3	1,5219	TRUE	TRUE	TRUE	8,0455	FALSE	FALSE	FALSE
ELET3	-0,4832	TRUE	TRUE	TRUE	4,5121	FALSE	FALSE	FALSE
ELET6	-0,4044	TRUE	TRUE	TRUE	5,6936	FALSE	FALSE	FALSE
EMBR3	-1,4493	TRUE	TRUE	TRUE	3,3951	FALSE	FALSE	FALSE
GGBR4	1,5493	TRUE	TRUE	TRUE	11,1045	FALSE	FALSE	FALSE
GOAU4	2,0578	FALSE	FALSE	TRUE	9,3531	FALSE	FALSE	FALSE
ITSA4	1,4458	TRUE	TRUE	TRUE	7,8371	FALSE	FALSE	FALSE
KLBN4	-0,6511	TRUE	TRUE	TRUE	5,7275	FALSE	FALSE	FALSE
LAME4	0,8096	TRUE	TRUE	TRUE	5,1555	FALSE	FALSE	FALSE
PCAR4	-1,4342	TRUE	TRUE	TRUE	4,7633	FALSE	FALSE	FALSE
PETR3	1,2504	TRUE	TRUE	TRUE	7,7526	FALSE	FALSE	FALSE
PETR4	1,0503	TRUE	TRUE	TRUE	8,8025	FALSE	FALSE	FALSE
POMO4	0,2219	TRUE	TRUE	TRUE	4,0443	FALSE	FALSE	FALSE
SBSP3	0,2103	TRUE	TRUE	TRUE	5,0509	FALSE	FALSE	FALSE
TRPL4	1,3149	TRUE	TRUE	TRUE	3,3753	FALSE	FALSE	FALSE
USIM5	1,0766	TRUE	TRUE	TRUE	8,1317	FALSE	FALSE	FALSE
VALE3	0,6662	TRUE	TRUE	TRUE	7,4235	FALSE	FALSE	FALSE
VALE5	0,7384	TRUE	TRUE	TRUE	7,1632	FALSE	FALSE	FALSE

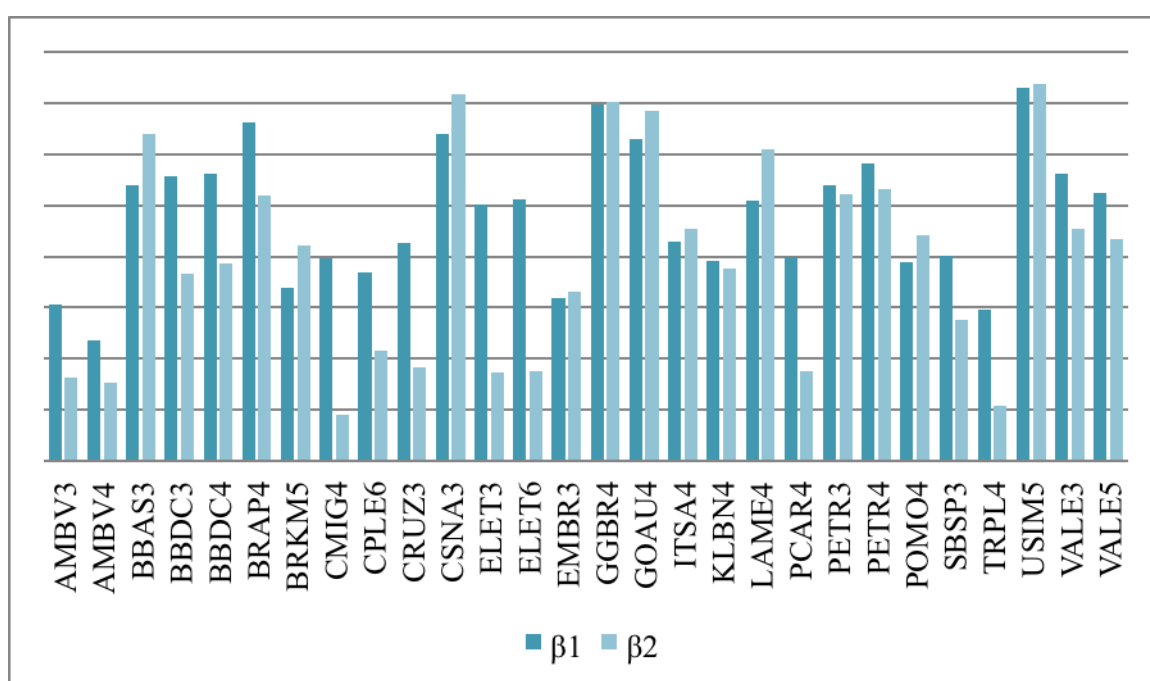
Tabela 7 – Teste t para o Valor dos Parâmetros no Período 2

Ações	Teste $t(\alpha_2)$	10%	5%	1%	Teste $t(\beta_2)$	10%	5%	1%
AMBV3	3,2624	FALSE	FALSE	FALSE	2,7563	FALSE	FALSE	FALSE
AMBV4	2,8992	FALSE	FALSE	FALSE	2,5214	FALSE	FALSE	TRUE
BBAS3	0,9349	TRUE	TRUE	TRUE	11,7496	FALSE	FALSE	FALSE
BBDC3	1,1581	TRUE	TRUE	TRUE	7,6466	FALSE	FALSE	FALSE
BBDC4	0,9647	TRUE	TRUE	TRUE	8,1765	FALSE	FALSE	FALSE
BRAP4	0,2901	TRUE	TRUE	TRUE	8,8867	FALSE	FALSE	FALSE
BRKM5	0,0364	TRUE	TRUE	TRUE	3,8057	FALSE	FALSE	FALSE
CMIG4	0,3034	TRUE	TRUE	TRUE	1,1549	TRUE	TRUE	TRUE
CPLE6	-0,0481	TRUE	TRUE	TRUE	3,1519	FALSE	FALSE	FALSE
CRUZ3	2,6886	FALSE	FALSE	FALSE	2,9912	FALSE	FALSE	FALSE
CSNA3	-1,2063	TRUE	TRUE	TRUE	10,9628	FALSE	FALSE	FALSE
ELET3	-1,9613	TRUE	TRUE	TRUE	1,9223	FALSE	TRUE	TRUE
ELET6	-1,2098	TRUE	TRUE	TRUE	1,7454	FALSE	TRUE	TRUE
EMBR3	-0,0842	TRUE	TRUE	TRUE	3,6502	FALSE	FALSE	FALSE
GGBR4	-0,8442	TRUE	TRUE	TRUE	10,5925	FALSE	FALSE	FALSE
GOAU4	-1,0341	TRUE	TRUE	TRUE	11,3151	FALSE	FALSE	FALSE
ITSA4	0,6553	TRUE	TRUE	TRUE	8,1102	FALSE	FALSE	FALSE
KLBN4	1,8133	FALSE	TRUE	TRUE	5,3266	FALSE	FALSE	FALSE
LAME4	1,6384	TRUE	TRUE	TRUE	8,6547	FALSE	FALSE	FALSE
PCAR4	1,2986	TRUE	TRUE	TRUE	2,3492	FALSE	FALSE	TRUE
PETR3	-1,5267	TRUE	TRUE	TRUE	8,2608	FALSE	FALSE	FALSE
PETR4	-1,1421	TRUE	TRUE	TRUE	9,2194	FALSE	FALSE	FALSE
POMO4	2,3856	FALSE	FALSE	TRUE	5,0013	FALSE	FALSE	FALSE
SBSP3	1,3447	TRUE	TRUE	TRUE	3,5518	FALSE	FALSE	FALSE
TRPL4	-0,5462	TRUE	TRUE	TRUE	1,5067	TRUE	TRUE	TRUE
USIM5	-0,9216	TRUE	TRUE	TRUE	7,9703	FALSE	FALSE	FALSE
VALE3	0,099	TRUE	TRUE	TRUE	8,6147	FALSE	FALSE	FALSE
VALE5	0,379	TRUE	TRUE	TRUE	8,5681	FALSE	FALSE	FALSE

A partir do resultado apresentado acima, observa-se que houve uma maior aceitação da hipótese nula para os parâmetros $\alpha_{i,1}$ ao nível de significância de 1%, o qual apresentou apenas três rejeições no segundo período.

Em relação aos betas, de acordo com o modelo do CAPM, espera-se que haja uma maior rejeição da hipótese nula, já que a empresa deve apresentar um risco relativo à carteira de mercado, observada ao nível de 10% de significância.

Gráfico 4 – Comparação dos Betas de Mercado nos Dois Períodos



O Gráfico 4 ilustra os coeficientes dos betas de mercado para ambos os períodos, deixando claro como o efeito da crise não foi sistemático, algumas ações apresentaram aumento do risco enquanto outras tiveram seu risco reduzido, o que torna imprecisa a conclusão sobre o efeito da crise nos betas de mercado.

Para esclarecer se houve uma mudança significativa entre esses parâmetros, aplica-se o modelo para comparação dos betas sugerido por Blume (1971), que estima os valores dos coeficientes da regressão em que o termo independente é definido pelo $\beta_{i,1}$ e o termo dependente, pelo $\beta_{i,2}$. Temos então:

$$\begin{bmatrix} \beta_{2_1} \\ \vdots \\ \beta_{2_n} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \beta_{1_1} \\ \vdots & \vdots \\ 1 & \beta_{1_n} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} \gamma \\ \theta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e_1 \\ \vdots \\ e_n \end{bmatrix}, \quad n = 28$$

$$\text{Betas} = \begin{bmatrix} \gamma \\ \theta \end{bmatrix} = \left(\begin{bmatrix} 1 & \dots & 1 \\ \beta_{1_1} & \dots & \beta_{1_n} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 1 & \beta_{1_1} \\ \vdots & \vdots \\ 1 & \beta_{1_n} \end{bmatrix} \right)^{-1} * \begin{bmatrix} 1 & \dots & 1 \\ \beta_{1_1} & \dots & \beta_{1_n} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} \beta_{2_1} \\ \vdots \\ \beta_{2_n} \end{bmatrix}, \quad n = 28$$

$$e' * e = \sigma^2 = [\beta_{2_1} \dots \beta_{2_n}] * \begin{bmatrix} \beta_{2_1} \\ \vdots \\ \beta_{2_n} \end{bmatrix} - [\gamma \quad \theta] * \begin{bmatrix} 1 & \dots & 1 \\ x_{1_1} & \dots & x_{1_n} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} \beta_{2_1} \\ \vdots \\ \beta_{2_n} \end{bmatrix}, \quad n = 28$$

Betas = Parâmetros estimados,

σ^2 = Soma dos quadrados dos erros.

Pode-se determinar o β_{2_i} substituindo os valores de β_{1_i} na regressão demonstrada abaixo. A partir da determinação dos parâmetros, que supõem uma relação linear entre os valores estimados, encontramos os seguintes resultados utilizando o conjunto de equações acima:

Tabela 8 – Parâmetros Estimados para a Regressão dos Betas

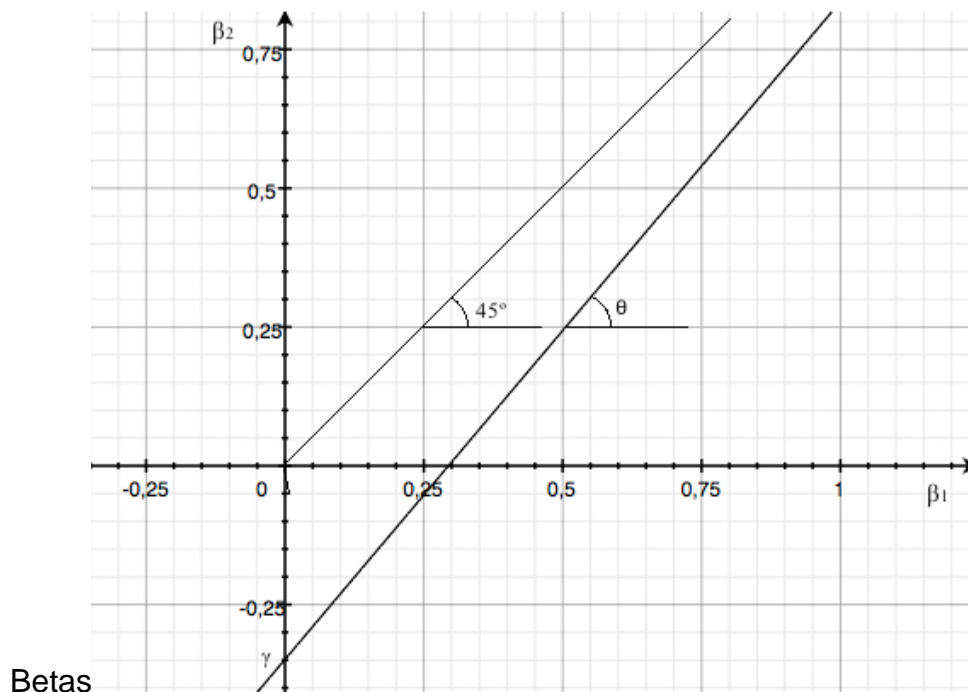
γ	θ	SQE
-0,3489	1,1849	1,8187

$$\beta_{i,2} = -0,3489 + 1,1849\beta_{i,1}$$

O resultado encontrado nos mostra então que o coeficiente entre os betas no segundo período aumentou, porém fatores externos amenizaram esse aumento. Como exemplo, vamos supor que o $\beta_{i,1}$ seja equivalente a 0,5; 1 e 2, resultando nos $\beta_{i,2}$ com valores de 0,24355; 0,836 e 2,0209, respectivamente.

Assim, podemos concluir que, para ações com betas menores no primeiro período, a estimação do $\beta_{i,2}$ apresenta valor muito inferior, diferença que vai diminuindo à medida que o beta inicial aumenta. Para que a estimação seja positiva, então é necessário que o $\beta_{i,1}$ seja suficientemente grande, o que não ocorre para a maioria das ações, como ilustrou o Gráfico 4.

Gráfico 5 – Regressão dos



O gráfico 5 apresenta uma comparação da regressão estimada com uma reta de 45° ($\beta_{i,2} = \beta_{i,1}$), para ilustrar a alteração do comportamento dos parâmetros estimados dos dois períodos. À medida que o $\beta_{i,1}$ aumenta, o valor relativo do $\beta_{i,2}$ representará um risco ainda maior para as ações já inicialmente mais arriscadas.

Para os valores dos betas dos dois períodos serem iguais, é necessário que o intercepto γ seja suficientemente igual a zero, no caso do coeficiente θ , esse deve aproximar-se de 1. Portanto, foi realizado um novo teste t avaliando esses parâmetros, como mostra a Tabela 9.

Tabela 9 – Teste t para o Valor do Beta de Mercado

Coeficientes	Teste t	10%	5%	1%
γ	-1,7938	TRUE	TRUE	TRUE
σ	0,9445	TRUE	TRUE	TRUE

O resultado acima mostra que não houve uma mudança de risco significativa, já que o teste t aceitou a hipótese de que o valor do $\beta_{i,2}$ foi suficientemente igual ao valor do $\beta_{i,1}$.

5. CONCLUSÃO

O objetivo principal desse estudo foi estabelecer uma comparação entre os betas de dois períodos (janeiro de 2004 a agosto de 2008 e setembro de 2008 a dezembro de 2012), para avaliar se a crise do *subprime* nos EUA teve um impacto de longo prazo no mercado financeiro brasileiro.

Foram recolhidos os dados de 28 ações da BM&FBovespa, seguindo como critério de seleção aquelas que estiveram presentes durante todo o período, o índice Ibovespa como *proxy* da carteira de mercado e a Selic, como *proxy* para o ativo livre de risco.

A partir dos resultados do teste t, concluiu-se que o modelo não foi completamente aceito, já que alguns betas estimados foram significativamente próximos de zero, enquanto alguns alfas foram rejeitados.

Com a confirmação do teste t, ainda que se tenha observado uma melhor aceitação da hipótese nula para os interceptos ao nível de significância de 1%, não foi suficiente para corroborar empiricamente o CAPM, já que alguns valores do intercepto tiveram sua hipótese nula rejeitada. No caso dos coeficientes, o maior número de hipóteses rejeitadas se deu ao nível de significância de 10%, porém foram observados alguns casos com valores significativamente iguais a zero.

Aplicando o método de Mínimos Quadrados para a equação do CAPM, em apenas 10 casos foram observados um aumento do $\beta_{i,2}$ em relação ao $\beta_{i,1}$, o que não ilustra a tendência que se esperava.

Para verificar a relação entre os betas, foi então utilizado como teste o modelo proposto por Blume (1971), em que se aplica novamente a regressão com o método MQO, com $\beta_{i,2}$ em função do $\beta_{i,1}$. Com o valor do intercepto -0,3489 e do coeficiente de 1,1849, conclui-se que os valores pequenos do primeiro período do beta são mais subestimados, diferença que é reduzida quando se aumenta o beta.

O último passo foi então analisar, por meio do teste t, as relações dos novos parâmetros estimados, aceitando a hipótese nula para o intercepto e para o coeficiente, porém, γ influenciou em grande parte o valor do $\beta_{i,2}$, portanto, economicamente não pode ser ignorado.

O estudo apresentado não encontrou uma evidência empírica forte para validar o modelo corroborando as críticas apresentadas nos estudos de Fama e French (2004) e Roll (1977).

Em relação aos betas, é possível supor que fatores exógenos ao modelo tiveram um grande impacto na sua determinação. No longo prazo, então, não ficou evidenciado um efeito negativo no mercado financeiro, causado pela crise do subprime ocorrida nos EUA.

Para estudos futuros, seria interessante realizar a comparação proposta com outros modelos mais sofisticados, a fim de analisar a ocorrência de quebra estrutural no mercado.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BLACK, F. **Capital Market Equilibrium with Restricted Borrowing.** *Journal of Business*, v. 45, p. 507-528.

BLUME, M. **Betas and Their Regression Tendencies.** *The Journal of Finance*, v. 30, p. 785-795, 1975.

BLUME, M. **On the Assessment of Risk.** *The Journal of Finance*, v. 26, p. 1-10, 1971.

ELTON, E; GRUBER, M; BROWN, S; GOETZMANN, W. **Modern Portfolio Theory and Investment Analysis.** 6. ed. John Wiley & Sons, 2003. 752 p.

FAMA, E; FRENCH, K. **The Capital Asset Pricing Model: Theory and Evidence.** *The Journal of Economic Perspectives*, v. 18, p. 25-46, 2004.

FAMA, E; MACBETH, J. **Risk, Return and Equilibrium: Empirical Tests.** *Journal of Political Economy*, v. 81, p. 607-636, 1978.

FRENCH, C. **The Treynor Capital Asset Pricing Model.** *Journal of Investment Management*, v. 1, p. 60-72, 2003.

JENSEN, M. **The Performance of Mutual Funds in the Period 1945-1964.** *The Journal of Finance*, v. 23, p. 389-416, 1968.

JOHNSTON, J. **Econometric Methods.** 3. ed. McGraw-Hill Book Company, 1984. 568 p.

LINTNER, J. **The Valuation of Risky Assets and the Selection of Risky Investments in Stock Portfolios and Capital Budgets.** *The Review of Economics and Statistics*, v. 47, p. 13-37, 1965.

LINTNER, J. **Security Prices, Risk, and Maximal Gains From Diversification.** *The Journal of Finance*, v.20, p. 587-615, 1965.

MARKOWITZ, H. **Portfolio Selection.** *The Journal of Finance*, v. 7, p. 77-91, 1952.

MEYER, P. **Probabilidade Aplicações à Estatística**; tradução Ruy de C. B. Lourenço Filho. 2. ed. Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos Editora, 2009, 444 p.

MOSSIN, J. **Equilibrium in a Capital Asset Model.** *Econometrica*, v. 34, p. 768-783, 1966.

ROLL, R. A Critique of the Asset Pricing Theory's Tests. *Journal of Financial Economics*, v. 4, p. 129-176, 1977.

SHARPE, W. **Capital Asset Prices: A Theory of Market Equilibrium under Conditions of Risk.** *The Journal of Finance*, v. 19, p. 425-442, 1964.

SULLIVAN, E; COLLEGE, L. **A Brief History of the Capital Asset Pricing Model.** *APUBEF Proceedings*, p. 207-210, 2006.

TOBIN, J. **Liquidity Preference as Behavior Towards Risk.** *The Review of Economic Studies*, v. 25, p. 65-86, 1958.

TREYNOR, J. **Toward a Theory of Market Value of Risky Assets.** Manuscrito não publicado, 1961.

WOOLDRIDGE, J. **Introdução à Econometria: uma Abordagem Moderna**; tradução José Antônio Ferreira. 4.ed. São Paulo: Cengage Learning, 2010. 701 p.

ANEXOS

Anexo A – Empresas selecionadas para esse estudo

Ação	Classe	Empresa
AMBV3	ON	Ambev
AMBV4	PN	Ambev
BBAS3	ON	Banco do Brasil S.A.
BBDC3	ON	Bradesco
BBDC4	PN	Bradesco
BRAP4	PN	Bradespar
BRKM5	PN	Braskem
CMIG4	PN	Cemig
CPLE6	PN	Copel
CRUZ3	ON	Souza Cruz
CSNA3	ON	Companhia Siderúrgica Nacional
ELET3	PN	Eletrobrás
ELET6	PN	Eletrobrás
EMBR3	ON	Embraer
GGBR4	PN	Gerdau
GOAU4	PN	Gerdau
ITSA4	PN	Itaúsa
KLBN4	PN	Klabin
LAME4	PN	Lojas Americanas
PCAR4	PN	Pão de Açúcar
PETR3	ON	Petrobrás
PETR4	PN	Petrobrás
POMO4	PN	Pão de Açúcar
SBSP3	ON	Sabesp
TRPL4	PN	Tran Paulist
USIM5	PN	Usiminas
VALE3	ON	Vale do Rio Doce
VALE5	PN	Vale do Rio Doce

On: Ordinária

Pn: Preferencial

Fonte: BM&FBovespa

Anexo B – Comandos do MatLab para Estimação do CAPM

```
Ri=[AMBV3 AMBV4 BBAS3 BBDC3 BBDC4 BRAP4 BRKM5 CMIG4 CPLE6 CRUZ3  
CSNA3 ELET3 ELET6 EMBR3 GGBR4 GOAU4 ITSA4 KLBN4 LAME4 PCAR4  
PETR3 PETR4 POMO4 SBSP3 TRPL4 USIM5 VALE3 VALE5]  
[a b]=size(Ri)  
Rm=[Ibovespa]  
[c d]=size(Rm)  
Rf=[Selic]  
[e f]=size(Rf)  
Resultado=zeros(28,10)  
Rm1=Rm(1:56,1)  
Rf1=Rf(1:56,1)  
A1=Rm1-Rf1  
I1=ones(56,1)  
X1=[I1 A1]  
[g h]=size(X1)  
Inf1=inv(X1'*X1)  
for i=(1:28)  
    Ri1=Ri(1:56,i)  
    y1=Ri1-Rf1  
    Beta1=inv(X1'*X1)*X1'*y1  
    SQE1=(y1'*y1- Beta1'*X1'*y1)  
    Va1=(SQE1/(g-2))*Inf(1,1)  
    Vb1=(SQE1/(g-2))*Inf(2,2)  
    Ta1=Beta1(1,1)/sqrt(Va1)  
    Tb1=Beta1(2,1)/sqrt(Vb1)  
    Resultado(i,1)=Beta1(1,1)  
    Resultado(i,2)=Beta1(2,1)  
    Resultado(i,5)=Ta1  
    Resultado(i,6)=Tb1  
    Resultado(i,9)=SQE1  
end  
Rm2=Rm(57:108,1)
```

```

Rf2=Rf(57:108,1)
A2=Rm2-Rf2
I2=ones(52,1)
X2=[I2 A2]
[j k]=size(X2)
Inf2=inv(X2'*X2)
for i=(1:28)
    Ri2=Ri(57:108,i)
    y2=Ri2-Rf2
    Beta2=inv(X2'*X2)*X2'*y2
    SQE2=(y2'*y2- Beta2'*X2'*y2)
    Va2=(SQE2/(j-2))*Inf2(1,1)
    Vb2=(SQE2/(j-2))*Inf2(2,2)
    Ta2=Beta2(1,1)/sqrt(Va2)
    Tb2=Beta2(2,1)/sqrt(Vb2)
    Resultado(i,3)=Beta2(1,1)
    Resultado(i,4)=Beta2(2,1)
    Resultado(i,7)=Ta2
    Resultado(i,8)=Tb2
    Resultado(i,10)=SQE2
end

```

Anexo C – Comandos do MatLab para Comparação dos Betas Estimados

```
B2=Resultado(1:28,4)
B1=Resultado(1:28,2)
y=B2
A=B1
I=ones(28,1)
X=[I A]
Inf=inv(X'*X)
Beta=inv(X'*X)*X'*y
[l m]=size(X)
SQE=(y'*y- Beta'*X'*y)
Va=(SQE/(l-2))*Inf(1,1)
Vb=(SQE/(l-2))*Inf(2,2)
Ta=Beta(1,1)/sqrt(Va)
Tb=(Beta(2,1)-1)/sqrt(Vb)
ResultadoB=[Beta(1,1) Beta(2,1) Ta Tb SQE]
```